Lineare algebraische Gruppen

Vorlesung 13 im Wintersemenster 2020/21 (am 5.02.21)

Hinweis zu den im Text verwendeten Referenzen

Referenz	Bedeutung
x.y.z	Verweist auf den Abschnitt x.y.z im PDF-File zu Kapitel x, z.B verweist 3.2.1 auf Abschnitt 3.2.1 im PDF-File zu Kapitel 3.
Vorlesung x, y.z	Verweist auf den Abschnitt y.z im Text zu Vorlesung x.

Grundlegende Ergebnisse zur Theorie der linearen algebraischen Gruppen

12. Die Jordan-Zerlegung V

Diese Vorlesung beschäftigt sich mit dem Beweis der Aussagen (ii) und (iii) des letzten in der vorigen Vorlesung formulierten Satzes 12.9.

Der Text zu dieser Vorlesung befindet sich deshalb am Ende des Textes zur vorigen Vorlesung.

12.9 Satz: Jordan-Zerlegung in linearen algebraischen Gruppen

Sei G eine lineare algebraische Gruppe. Dann gelten die folgenden Aussagen.

(i) Jordan-Zerlegung in G. Für jedes $g \in G$ gibt es genau ein Paar (g_s, g_u) von Elementen aus G mit den folgenden Eigenschaften.

1. $g = g_s \bullet g_u = g_u \bullet g_s$
2. $\rho(g_s) = \rho(g)_s$ und $\rho(g_u) = \rho(g)_u$.

(ii) Für jeden Homomorphismus $\phi: G \longrightarrow G'$ von algebraischen Gruppen und jedes $g \in G$ gilt

$$\phi(g_s) = \phi(g)_s \text{ und } \phi(g_u) = \phi(g)_u.$$

(iii) Für $g \in G = GL_n$ sind g_s und g_u gerade die halbeinfachen bzw. unipotenten Teile von g (im Sinne der Bemerkung von 2.4.5 mit $V = k^n$).